

# Pengantar **PROSES STOKASTIK**

**Sanksi pelanggaran Pasal 72:  
Undang-undang Nomor 19 Tahun 2002  
Tentang Hak Cipta**

1. Barang siapa dengan sengaja dan tanpa hak melakukan perbuatan sebagaimana dimaksud dalam Pasal 2 ayat (1) atau pasal 49 ayat (1) dan ayat (2) dipidana penjara masing-masing paling singkat 1 (satu) bulan dan/atau denda paling sedikit Rp. 1.000.000,00 (satu juta rupiah), atau pidana penjara paling lama 7 (tujuh) tahun dan/atau denda paling banyak Rp. 5.000.000.000,00 (lima miliar rupiah).
2. Barang siapa dengan sengaja menyiarkan, memamerkan, mengedarkan, atau menjual kepada umum suatu ciptaan atau barang hasil pelanggaran hak cipta atau hak terkait, sebagaimana dimaksud ayat (1) dipidana dengan pidana penjara paling lama 5 (lima) tahun dan/atau denda paling banyak Rp. 500.000.000,00 (lima ratus juta rupiah)

Dr. Atina Ahdika, S.Si., M.Si.

# Pengantar **PROSES STOKASTIK**



# PENGANTAR PROSES STOKASTIK

**Penulis :**

**Dr. Atina Ahdika, S.Si., M.Si.**

Hak cipta © 2023 pada UII Press dilindungi undang-undang (*all rights reserved*). Dilarang memperbanyak, memperbanyak sebagian atau seluruh isi dari buku ini dalam bentuk apapun, tanpa izin tertulis dari penerbit.

Cetakan Pertama : Maret 2023

UII Press Yogyakarta (Anggota IKAPI)

Bookstore UII - Jl. Kaliurang KM 14.5 Lodadi, Umbulmartani, Ngemplak,  
Kabupaten Sleman, Yogyakarta 55584

Telp. 0274 547865, Fax. 0274 547864

email : [uiipress@uii.ac.id](mailto:uiipress@uii.ac.id); [uiipress@yahoo.co.id](mailto:uiipress@yahoo.co.id); fb: UII Press

**ISBN 978-623-140-003-1**

## *Kata Pengantar*

*Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh*

Alhamdulillah puji syukur kehadiran Allah SWT karena berkat rahmat, taufik, serta hidayah-Nya, buku Pengantar Proses Stokastik ini dapat diselesaikan dengan baik.

Sholawat serta salam semoga tercurah kepada junjungan kita Nabi Agung Muhammad SAW yang telah menjadi suri tauladan bagi umat Islam di seluruh dunia.

Buku ini merupakan buku ajar untuk mata kuliah Pengantar Proses Stokastik yang merupakan mata kuliah wajib dan diselenggarakan di semester 6 bagi mahasiswa Program Studi Statistika FMIPA Universitas Islam Indonesia. Buku ini disusun dengan harapan agar dapat menjadi panduan dan acuan bagi mahasiswa yang mengambil mata kuliah Pengantar Proses Stokastik khususnya, dan mahasiswa Program Studi Statistika pada umumnya, untuk dapat memahami fenomena stokastik di kehidupan nyata dan bagaimana peran keilmuan Statistika dalam menyelesaikan persoalan-persoalan tersebut.

Penyusunan buku ajar ini masih jauh dari sempurna. Oleh karena itu, masukan, kritik, serta saran dari pembaca sangat penulis harapkan untuk perbaikan buku ini di masa mendatang.

Terima kasih penulis ucapkan kepada semua pihak yang telah banyak memberikan kontribusi dan masukan dalam penyusunan buku ajar ini. Semoga Allah SWT membalas segala kebaikan semua pihak yang telah memberikan dukungan. Semoga buku ajar ini bermanfaat bagi peningkatan pemahaman mahasiswa Program Studi Statistika FMIPA Universitas Islam Indonesia.

*Wassalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh*

Sleman, Agustus 2022

Penulis



# *Daftar Isi*

|                                                     |            |
|-----------------------------------------------------|------------|
| <b>Kata Pengantar .....</b>                         | <b>v</b>   |
| <b>Daftar Isi .....</b>                             | <b>vii</b> |
| <b>Daftar Gambar .....</b>                          | <b>x</b>   |
| <b>Daftar Tabel .....</b>                           | <b>xi</b>  |
| <br>                                                |            |
| <b>1      Dasar-Dasar Probabilitas .....</b>        | <b>1</b>   |
| A. Ruang sampel dan kejadian.....                   | 1          |
| B. Peluang kejadian .....                           | 6          |
| C. Latihan .....                                    | 9          |
| <br>                                                |            |
| <b>2      Peubah Acak .....</b>                     | <b>13</b>  |
| A. Peubah acak.....                                 | 13         |
| B. Peubah acak diskrit.....                         | 15         |
| 1. Peubah acak Bernoulli dan Binomial.....          | 15         |
| 2. Peubah acak Geometrik.....                       | 19         |
| 3. Peubah acak Poisson.....                         | 21         |
| C. Peubah acak kontinu .....                        | 23         |
| 1. Peubah acak Uniform.....                         | 24         |
| 2. Peubah acak Eksponensial .....                   | 26         |
| 3. Peubah acak Gamma .....                          | 27         |
| 4. Peubah acak Normal .....                         | 28         |
| D. Ekspektasi suatu peubah acak .....               | 31         |
| 1. Kasus diskrit.....                               | 31         |
| 2. Kasus kontinu .....                              | 35         |
| 3. Ekspektasi fungsi peubah acak.....               | 38         |
| E. Variansi suatu peubah acak.....                  | 40         |
| F. Fungsi pembangkit momen .....                    | 42         |
| Latihan .....                                       | 44         |
| <br>                                                |            |
| <b>3      Peluang dan Ekspektasi Bersyarat.....</b> | <b>47</b>  |
| A. Peluang bersama.....                             | 47         |
| 1. Peluang bersama distribusi diskrit.....          | 47         |
| 2. Peluang bersama distribusi kontinu .....         | 48         |
| 3. Peubah acak saling bebas .....                   | 50         |

|          |                                                                         |            |
|----------|-------------------------------------------------------------------------|------------|
| B.       | Peluang bersyarat .....                                                 | 51         |
| 1.       | Peluang dan ekspektasi bersyarat distribusi diskrit .....               | 52         |
| 2.       | Peluang dan ekspektasi bersyarat distribusi kontinu .....               | 57         |
| 3.       | Aturan pengkondisian ( <i>Conditioning rules</i> ) .....                | 58         |
|          | Latihan .....                                                           | 66         |
| <b>4</b> | <b>Rantai Markov Waktu Diskrit .....</b>                                | <b>73</b>  |
| A.       | Rantai Markov .....                                                     | 73         |
| B.       | Persamaan Chapman-Kolmogorov .....                                      | 81         |
| C.       | Peluang transisi tak bersyarat .....                                    | 83         |
| D.       | Kelas keadaan .....                                                     | 84         |
| E.       | Keadaan <i>recurrent</i> dan <i>transient</i> .....                     | 85         |
| F.       | Limit peluang transisi .....                                            | 86         |
| G.       | Aplikasi rantai Markov .....                                            | 89         |
| 1.       | Model sederhana perilaku mencit .....                                   | 89         |
| 2.       | Model persistensi perubahan harga saham (Ahdika & Matsuany, 2015) ..... | 90         |
| 3.       | Hardy-Weinberg Law (Ross, 2010b) .....                                  | 92         |
|          | Latihan .....                                                           | 94         |
| <b>5</b> | <b>Distribusi Eksponensial dan Proses Poisson .....</b>                 | <b>101</b> |
| A.       | Distribusi Eksponensial .....                                           | 101        |
| B.       | Proses Poisson .....                                                    | 108        |
| 1.       | Proses menghitung ( <i>counting process</i> ) .....                     | 108        |
| 2.       | Definisi proses Poisson .....                                           | 109        |
| 3.       | Jumlahan proses Poisson .....                                           | 111        |
| C.       | Distribusi waktu antar kedatangan dan waktu tunggu .....                | 112        |
|          | Latihan .....                                                           | 115        |
| <b>6</b> | <b>Rantai Markov Waktu Kontinu .....</b>                                | <b>117</b> |
| A.       | Rantai Markov Waktu Kontinu .....                                       | 118        |
| B.       | Matriks laju dan peluang transisi .....                                 | 119        |
| C.       | Peluang keadaan .....                                                   | 120        |

|                                       |            |
|---------------------------------------|------------|
| D. Proses kelahiran-kematian .....    | 122        |
| E. Teori antrian .....                | 134        |
| 1. Sistem antrian server tunggal..... | 137        |
| 2. Sistem antrian server ganda.....   | 139        |
| Latihan.....                          | 141        |
| <b>Referensi.....</b>                 | <b>143</b> |
| <b>Indeks .....</b>                   | <b>145</b> |

